

Printed-Published & sold by  
JAI KRISHNADAS-HARIDAS GUPTA,  
The Chowkhamba Sanskrit Series Office,  
VIDYA VILAS PRESS,  
North of Gopal Mandir,  
BENARES CITY.

\* श्रीः \*

\* हरिदास-संस्कृत-सीरिज़ :

१८

\* श्रीः \*

परवलयक्षेत्रम्

( प्रश्नपत्रसहितम् )

इमौतिषाचार्य पं० श्रीमुरलीधरठकुराविरचितम् ।

परिशोधितं च

प्रकाशकः—

जयचरणदास हरिदास गुप्तः—

श्रीस्वाम्या संस्कृत सीरिज़ आफिस,

बिष्णुबिलासप्रेस, गोगालमन्दिर के उत्तर पाठक,

बनारस सिटी ।

१९८८

सर्वे सभैः विद्यायाः प्रकाशकेन स्वायत्तः कृताः ।

इस कार्यालय द्वारा "काशीसंस्कृतसीरिज" के अलावा और भी ३ सीरिज यथा "चौखम्बासंस्कृतसीरिज" "बनारससंस्कृतसीरिज" "हरिदाससंस्कृतसीरिज" ग्रन्थ मालायें निकलती हैं तथा इन ४ सीरिजों के पश्चात् और भी विविध शास्त्र की पुस्तकें प्रकाशित की गई हैं तथा अन्य सब स्थानों के छपे हुए संस्कृत तथा भाषा-भाष्य के ग्रन्थ विक्रयार्थ प्रस्तुत रहते हैं, सूचीपत्र पृथक् मगवाकर देखें, इसके अलावा हमारा यहाँ सर्व प्रकार की संस्कृत, हिन्दी, अङ्ग्रेजी की सुन्दर छपाई होती है, परीक्षा प्रार्थनीय है।

पत्रादि प्रेषणस्थानम्—

जयकृष्णदास-हरिदास गुप्तः—

"चौखम्बा संस्कृतसीरिज" आफिस, विद्याविलास प्रेस,  
गोपालमन्दिर के उत्तर फाटक, बनारस सिटी।

## भूमिका ।

;

प्राचीनार्यवराह्मणस्वरसुधावाचां गृहेष्व्वादरं  
 न प्राप्योपरतिं च वीक्ष्य मनसि स्वं देशमेवाजहान् ।  
 स्वाचारेतरमेवयैव विपुलं कीर्तिव्रजं चात्मनो  
 मन्वा सद्गणितं पयोधितरणं कृत्राऽन्यदेशं यथौ ॥ १ ॥  
 वीटारावरवालफर्मटमुन्वप्राचीनविद्याधतां  
 सत्सद्गादपि नापि तत्र पदवीं लेभे निजाभीप्सिताम् ।  
 कालं पलेशमयं निनाय नितरामुञ्चाशयाभासता  
 नूनं कोऽपि जनिष्यतेऽत्र विपमे गोप्ता प्रहीतेति च ॥ २ ॥  
 विद्वन्मूढनलित्रनिजादिगणकैरत्यन्तसंसेवया  
 चिन्तां दूरतरं निरस्य सहसा नव्यं दधारास्पदम् ।  
 शाखाः संजनिताश्च तत्र कतिधा शुभ्रा यशावन्लरी  
 यामां देशविदेशमेत्य रमते विज्ञानगेदेऽधुना ॥ ३ ॥  
 मैकेयमत्र गहना गगकोपयुक्ता  
 वारागमेयमुरगीः पठनालयस्य ।  
 पारीक्ष्यकमनिग्रन्धविधौ निविष्टा  
 दृष्टा मया मुरवचः पिहितैव नाम्ना ॥ ४ ॥  
 मंगृत्य तां च परिभूष्य मुवाचनाभि-  
 देशान्तरायवचनं पठित्व्य सर्वम् ।  
 ज्योतिर्विदाममलशोधविकाशानार्य  
 नाम्ना ह्यनन्तवल्यं विदधामि नूनम् ॥ ५ ॥  
 आशुतोपगिरां मारं मंगृह्य गदितं मया ।  
 छिन्त्रत्र रजिता मर्वाः प्रविज्ञा मे यथामति ॥ ६ ॥

द्वात्राणामुपकाराय प्रश्नाश्चात्र निवेशिता ।  
 प्रतिज्ञान्तेऽपि ते सर्वे समाधेयास्तु तैः किल ॥ ७ ॥  
 प्रन्थान्तेऽपि बहून् प्रश्नान् नित्तिप्य गदिता मया ।  
 ब्रह्मलेखनजा युक्तिः सुधीभिः सा विलोक्यताम् ॥ ८ ॥  
 इयं गणितपुस्तिका निखिलविन्मनः स्वस्तिका  
 परादिवलयालया नभसि भाश्रया राजते ।  
 भजस्व बुध ! मानसे तनुधिया च तां तामसे  
 लभस्व मतिमुत्तमां गणितमार्गसदृशिनीम् ॥ ९ ॥  
 संमार्जयन्तु गणका स्खलनं यदीह  
 भानुप्यकातिसहजच्युतिदोषजातम् ।  
 संधारयन्तु च तथा सुगुणानिहेति  
 संप्रार्थये हि मुरलीधरठक्कुरोऽहम् ॥ १० ॥  
 परिपूर्तिमगादियं मुपुस्तित्श्रवणावाप्तसुबोधतो गुरोर्हि ।  
 प्रपठत सुजता इमामपूर्वां गणितज्ञानविशेषरञ्जनार्थम् ॥ ११ ॥  
 आत्मानमामनन्तीह परिदत्तं स्वयमेव ये ।  
 तेषां कृते श्रमो नायं किन्तु स्वल्पधियां ततः ॥ १२ ॥  
 हुतवहशरनागलौमिते वै शकाब्दे  
 व्यरचि गणितमेतत् काशिकायां स्थितेन ।  
 तदिह गणकवर्या मुद्रणाय प्रदत्तं  
 सपदि हि जयवृष्णदासश्रेष्ठिने सज्जनाय ॥ १३ ॥

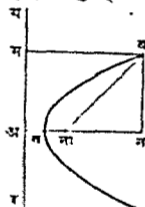
विनीतो

मुरलीधरः ।

# परवल्यगणितम् ।

काव्याटवीविहरणप्रियमानसानां  
 लोकोत्तरप्रथिनकीर्तिकलाभिमाजाम् ॥  
 सन्मानसे विहरिणी कविकोकिलानां  
 वाग्देवता सपदि मे मुगिरं व्यनक्तु ॥ १ ॥  
 यत्क्षेत्रमानमवगम्यपदादतीतं  
 व्यासप्रमाणफलदं करणेऽप्रवीणम् ॥  
 रूपादिभेदकलितं ललितं गुणैस्तत्  
 विष्णोरनन्तवलयं जयनीच रूपम् ॥ २ ॥  
 यद्भूतलस्या नियतैकरेखा  
 तद्भूतलस्यो नियतो हि विन्दुः ॥  
 प्रकल्पिते ते गणितप्रवीणै-  
 र्गम्यां सदा धकसमन्वयः स्यात् ॥ ३ ॥  
 यः स्यान्निस्रलविन्दुः या च स्याद्रेखिका नियता ॥  
 क्रमशो नाभिनदत्तौ कल्प्यौ क्षेत्रप्रपंचत्रैः ॥ ४ ॥  
 क्षेत्रवृत्तिस्थितविन्दुनाभिगता रेखिका कार्या ॥  
 लम्बनिभाऽन्या तस्माद्धिन्दोरेवाक्षरेखायाम् ॥ ५ ॥  
 यदि हि बुध ! समाने रेखयोस्तत्प्रमाणे  
 पर्यलयमिदं तन्क्षेत्रमाचार्यवर्यैः ॥  
 नयगणितविदां वै दम्भमार्गप्रधीभिः  
 समुदितमिह खेटाचरमार्गसिद्ध्यै ॥ ६ ॥  
 नाभिस्थानादक्षगा लम्बरेखा  
 तद्वक्रस्य व्यासरेखोच्यते सा ॥

एयं यत्र व्यासरेखाक्षयोयो  
 योगः प्रोक्तो मूलविन्दुः स एय ॥ ७ ॥  
 क्षेत्रे यत्र व्यासरेखा युनक्ति  
 नेन्यां तत्र क्षेत्रजज्ञोद्दत्तैः ॥  
 शीर्षस्थानं बलिपतं चाप मूला-  
 द्विन्दोर्ज्ञेया बोटिदोष्णोः प्रगृह्णति ॥ ८ ॥  
 व्यासाक्षयोरूपरि लम्बतिभे द्वि रेण्ये  
 स्यातामिहापि परिधिस्थितविन्दुतो ये ॥  
 यत्रप्रपंचरचना निगितस्यभूते  
 क्षेत्रं कुपैरिह द्वि बोटिमुञ्जाह्वये ते ॥ ९ ॥



यन = य विन्दोर्जासरेखोपरि लम्बरेखा कोटिसंज्ञका । सदैव  
र अनेन संकेतिता भवति ।

स = ध्रुवस्य शीर्षस्थानम् ।

अत्र यदि हि बुधसमाने रेखयोस्तत्प्रमाणे इत्यादि विहित-  
ध्रुवपरिभाषया—

यदि यना = ध्रुव

तदाऽनन्तरोक्तं ध्रुव परवलयसंज्ञकं स्यादिति कथ्यते नवीनैः ।

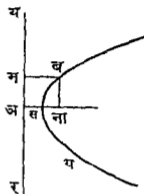
अथैव जात्यग्निभुजस्य कोटि स्थिरीकृत्य तत्परितो भुज-  
त्राम्यमाणेन यत्क्षेत्रमुत्पद्यते सैव समसूचीति निगद्यते । सा  
च स्वाधारासमानान्तरभूतलेन छिन्ना सती छेदनक्षेत्रं दीर्घवृत्त-  
लादिवक्रं संजायते । तत्र परवलय तु कस्यापि सूचीकर्णस्य  
समानान्तरभूतलेन छिन्नायाः समसूच्या. छेदनप्रदेशो हि स्या  
दिति तावत्स्पष्टमेव सूचीक्षेत्रप्रपञ्चज्ञानां विदुषाम् । तेनेदं  
क्षेत्रं शङ्कुच्छिद्य ( Conicsection ) मिति चोच्यते । अतः  
परवलयक्षेत्रभूतलस्य कर्णगतभूतलेन सह तुल्यान्तरे वर्तमा-  
नत्वात्तद्भूतलं तस्मिन् हित्वा सर्वानपि सूचीकर्णान् द्विनत्ति  
तेन तद्व्यासोभयपार्श्वयोः परवलयदोष्णोरनन्ते सम्मेलन  
स्यादिति कल्पयितुं शक्यते । समानान्तररेखयोरनन्ते योगत्व  
सिद्धेः । अतोऽस्य क्षेत्रस्यानन्तवलयमिति नामनिर्देशः कृतो  
ऽस्माभिः । महामतिमद्भिः सुधाकरद्विवेदिभिस्त्व (Parabolla)  
स्या ययनभाषाया अनुवादस्वरूपं परवलयमिति नामाकारि ।  
अत एव महद्व्यासाग्रे छिन्नं दीर्घवृत्तमेवानन्तवलयापरना-  
मकं परवलयसंज्ञकं स्यादिति कथ्यते नवीनैः । सप्रपञ्चस्य  
शङ्कुच्छिद्यक्षेत्रस्य ज्ञानार्थं मार्गमितप्रतिभायोधक त्रिलोक्यम्  
यत् खलु चिरेणैव मुद्रापयिष्यतीत्याशास्महे ।



## प्रथमप्रतिज्ञा ।

स्वशीर्षनाभ्यन्तररेखिका या परामिधा सा कथिता मधीनेः ।

द्विधनी परास्यादिह नामिलग्ना कोटिः स्थिरा सन्ततमेव धीमन् ॥१॥



अत्रापि कल्प्यते असना = व्यासरेखा ।

ना = नाभिः ।

यर = अक्षरेखा

अ = मूलविन्दुः

स = शीर्षस्थानम् ।

अत्र अस = सना = परः = प

वम = अक्षरेखोपरि लम्बरूपो भुजः

वना = व्यासरेखोपरि लम्बरूपा

नाभिमूलगकोटिः ।

अतोऽत्रापि परबलयपरिभाषया—

वना = वम

परं च वम = सना = २ सना

∴ वना = २ सना = २ प

अत उपपन्नं यथोक्तम् ।

### द्वितीया प्रतिज्ञा ।

अथाभीष्टविन्दोर्भुजं संविदित्वा

प्रवचमीह कोटिप्रमाणं ततश्च ।

परोनो भुजो वेदनिघ्नः परेण

हतः कोटिवर्गो भवेत्सर्वदैव ॥ २ ॥

अत्र परिभाषागतकल्पितप्रथमक्षेत्रेण—

घना = घम = अत्र

यत्र घम वा अत्र भुजो क्षातस्ततो घन कोटेरानयनार्थ-  
मुपायः ।

अथ वनाम जात्यत्रिकोणे

वनं = वनां — नानं

= ( वना + नान ) ( वना — नान )

= ( अत्र + नान ) ( अत्र — नान )

= ( २ सना + २ नान ) ( २ सना )

= ४ प ( प + नान )

= ४ प × सन

= ४ प ( य — प )

रं = ४ प ( य — प ) उपपन्नम्

[ २ ] उदाहरणान्तराणि ।

( १ ) यदि घ विन्दोः सत्र रेखोपरि लम्बरेखा व्यासरेखायां  
श विन्दौ मिलेत्तदा नश रेखा द्विगुणस्विरकोटिसमाना भवेत् ।

( २ ) नायन त्रिभुजोपरिगवृत्तस्य स विन्दोः स्पर्शरेखा  
यन कोट्यर्धसमा भवतीति ।

( ३ ) यदि सय समानान्तरा नाप विधीयते तथा च पम  
यदि प विन्दोः कोटिः स्यात्तदा

नामं = सन × सम भविष्यति ।

( ४ ) सय, कग द्वे रेखे सग रेखोपरि लम्बरूपे स्तः ।  
कग रेखायाः कस्माच्चिदपि क विन्दोः सक रेखा बन्धनीया ।

ततः सक रेखायां प बिन्दुस्तथा कल्पितो यथा सव रेखोपरि  
पम लम्बः गक रेखायाः समानः संपद्येत । तदा प बिन्दोश्चलनं  
परवलयपरिधौ स्याद्यस्य सव व्यासरेखा सग द्विप्रस्थिरा को-  
टिश्च स्यात् ।

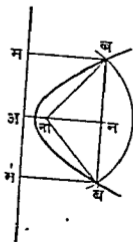
( ५ ) मिथो लम्बयोः सबं, सव पूर्णज्ययोः य, वं द्वाभ्या  
मग्राभ्यां घन, वंनं द्वे कोटीस्तः । तदा सन  $\times$  सन = ( २ स्थि-  
रकोटि )<sup>२</sup> भविष्यतीति ।

( ६ ) यनावं एका नामिगतपूर्णजीवाऽस्ति, तत्र घ, वं  
बिन्दोः घन, वंनं कोटी स्तः । यदि सव, सव संयोजनेन स्थिर-  
कोट्या सह त, तं बिन्दोर्लम्बे तदा नात = वंनं, नात = घन  
भविष्यतीति ।

### तृतीया प्रतिज्ञा ।

नाभ्यक्षरेण निर्दिष्टे तदा बिन्दून् प्रसाधय ।

परादिवलये धीमन् मतिस्ते चैत्पटीयसी ॥ ३ ॥



कल्प्यतेऽत्र ना=नाभिः

यर=अक्षरेखा च ।

अथ ना विन्दोरक्षरेखो परि नाश्च लम्बं विधाय तस्य स स्थाने भागद्वयं कृतम् । एवं च वर्धित अना रेखायां कुत्रापि न विन्दुं प्रकल्प्य ना विन्दोः अन व्यासार्धेन वृत्तखण्डमुत्पादनीयम् । तस्य तथा न विन्दुगत अन रेखोपरि लम्बस्य च यत्र योगी भवत स्तौ य, यं कल्पितौ । अतो य, स, य विन्द्वः परवलयपरिधौ भवन्तीति ।

अत्रोपपत्तिः । पूर्वक्रियया—

अन=नाय=नावं

परं च क्षेत्रमित्या—

अन=यम=यमं

∴ नाय=यम, नावं=यमं

तेन वं, यं विन्दु परवलयपरिधौ वर्तते । एवं च नाश्च रेखायाः स विन्दावर्धितो जातस्तेनात्रापि नास=सश्च

अतः स विन्दुरपि परलये स्यादेघातोऽत्र य, यं, स विन्द्वः परवलये भवन्तीति सिद्धम् ।

अथ वा, ना स्थानात् यर अक्षरेखोपरि नाश्च लम्बस्य स विन्दावर्धितं विधेयम् । तत अक्षरेखायां कुत्रापि विन्दुं प्रकल्प्य नाभिगता रेखा योजनीया । ततः कल्पितविन्दावेघात्क्षरेखोपरि लम्बविधायिनी रेखा नाभिगतरेखया सह यत्कोणमुत्पादयति तत्समकोणोत्पादिनी नाभिस्थानादन्या रेखा कार्या । तस्या लम्बस्य च यत्र योगः स चापि विन्दुः परवलये भवत्येव । एवमनेन प्रकारेणानेके विन्द्वः परवलये सिद्धयन्तीति धीमद्भित्तिगन्तव्यम् ।

[ ३ ] अभ्यासार्थं कानिचिद्बुदाहरणान्तराणि प्रदर्शयन्ते ।

( १ ) अक्षरेखायां न विन्दुं मत्वा नाम रेखा कार्या । म

स्थानात् अक्षरेखोपरि लभ्यं निपात्य ना विन्दौ नाम रेखाया सह नामव कोणसमः कोणः कार्यः । तथा कृते कोणोत्पादक-रेखाया लम्बरेखायाश्च योगः च कल्पितः । तदा च विन्दुभ्रमणं परवलयपरिधौ भवति ।

( २ ) अथवा नाम रेखाया ल विन्दौ समशकलं विधाय ततस्तद्रेखोपरि लघ लम्बोत्पादनेन मय लभ्यं च विन्दौ युनक्ति । तदा च भ्रमणं परवलये स्यात् ।

( ३ ) नाभिः शीर्षविन्दुश्च निर्दिष्टस्तदाऽनन्तधलयं विर-च्यताम् ।

( ४ ) नाभिं तथा परवलयपरिधिगतविन्दुद्वितयं च विश्वा-य परवलयं निर्णयिताम् ।

( ५ ) तस्य वृत्तस्य केन्द्रभ्रमणमार्गो निर्णयितां यत् किल निर्दिष्टरेखां स्पृशत् निर्दिष्टविन्दुं च गच्छति ।

( ६ ) तद्वृत्तकेन्द्रभ्रमणं परवलयपरिधौ भवेत्, यत् किल निर्दिष्टरेखां वृत्तं च स्पृशति ।

( ७ ) घनावं एका नाभिगतपूर्णज्याऽस्ति, तत्र च, घं वि-न्दुभ्यां व्यासरेखोपरि यदि घन, घनं लम्बौ विधीयेते तदा  $सन \times सन = सन$  भविष्यति ।

( ८ ) अक्षरेखां परवलयपरिधौ विन्दुद्वयं च विश्वाय पर-वलयरचना विधेया । तथा सति परवलयद्वयं समुपपद्यते ।

### चतुर्थी प्रतिज्ञा ।

या नाभि रग्ना किल पूर्णजीवा

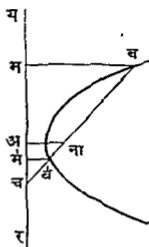
या चाक्षरेखा हि तयोश्चयोगः ॥

विरामविन्दुः परिकल्पनीयो

यकादिरेखागणितप्रधोरैः ॥ ४ ॥

समानसम्यन्धतया पूर्ण जीवा विभज्यते ।

विरामनाभिविन्दुभ्यां यहिरन्तः सदा युध ॥ ५ ॥



कल्प्यतेऽत्र

ना = नाभिः ।

यर = अक्षरेखा च

यवं = नाभिलम्ना पूर्णं जीवा

च = विरामविन्दुः ।

अत्र

$\frac{\text{नायं}}{\text{नाय}} = \frac{\text{चयं}}{\text{चय}}$  भविष्यति ।

अत्रोपपत्तिः । अथ य, यं विन्दुभ्यामक्षरेखोपरि यम, यमं लम्बरेखे विधेये । तेन क्षेत्रमित्या यमच, यमंच त्रिभुजे मिथः सजातीये ।

अतः सम्यन्धग्रहणेन—

$\frac{\text{यमं}}{\text{यम}} = \frac{\text{चयं}}{\text{चय}}$

परं च पारवलयिकपरिभाषया—

यम = नाय

यमं = नायं

$$\therefore \frac{\text{नाचं}}{\text{नाच}} = \frac{\text{चघं}}{\text{चघ}}$$

एतेनोपपन्नं यद्योक्तम् ।

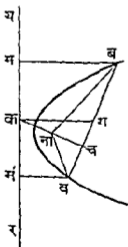
[ ४ ] अभ्यासार्थमुदाहरणान्तरे ।

$$(१) \frac{१}{चना} + \frac{१}{चब} = \frac{२}{चव} \quad \text{कथम्?}$$

$$(२) \frac{१}{चब} + \frac{१}{चव} = \frac{२}{चना} \quad \text{कथम्?}$$

पंचमी प्रतिज्ञा ।

यावत्स्य. पूर्णजीवाः स्युः समानान्तरगा भवेत् ।  
मध्यविन्दुगता रेखा तासां व्याससमान्तरा ॥ ६ ॥  
सा चान्यव्यासरेखाया कल्पिता गणकैरिह ।  
परादिबलये विद्वन् अन्यदोः कोटिसिद्धये ॥ ७ ॥



अत्र कल्प्यते यर = अक्षरेखा ।  
ना = नामिः ।

यव = अनेकासु समानान्तरपूर्णज्यासु कापि पूर्णजीवा ।

यम = य स्थानाद्क्षरेखोपरिलम्बः ।

यम = व .. ..

अथ ना स्थानात् यव रेखोपरि नाच लम्बं विधाय चना  
वर्धनेनाक्षरेखायां क बिन्दौ लगति । कय कर्ष रेखे तथा  
नाय, नाय रेखे च योजनीये । क स्थानात् यम वा यम समान-  
न्तरा कग रेखा विधेया सैव पूर्णज्यामर्धयिष्यतीति ।

अत्रोपपत्तिः । अत्र क्षत्रमितेः प्रथमाध्यायेन—

कम = कर्ष - यम

परं च कय = कर्ष + यव

एवं नाय = नाच + यव

उत्थापनेन—

कम = कर्ष + यव - ( नाच + यव )

= कर्ष - नाच

प्रथमेव कम = कर्ष - मय

= कर्ष - नाय

= कर्ष - नाच

अत्र उपरोक्तस्वरूपदर्शनेन—

कम = कम

कम = कम

परञ्च क स्थानात् मय वा मय समानान्तरा कग रेखा  
प्रथमेव विहिता । तेन कग यव पूर्णज्यां ग बिन्दोवर्धयिष्यति ।  
अतोऽत्र क बिन्दोस्तथा कग रेखायाश्च सन्नतं स्थिरत्वात् कग  
रेखा सर्वासां यव समानान्तरपूर्णज्यानां समानं भगद्वयं करो-  
तीति सम्पन्नम् ।

अथ च कग रेखाया यम भुजरेखया तुस्थान्तरगत-



त्यात् व्यासरेखाऽपि समानान्तरगतत्वं जातमत इयं क्व रेखा  
व्याससहस्रमिणी चान्यव्यासपदवाच्येति धीमता ज्ञेयम् । तथा-  
ऽन्यव्यासस्य वक्रस्य च योगविन्दुरन्यशीर्षस्थानं चोच्यते  
नवीनैरिति ।

अथवा, व, वं विन्दुभ्यां क्रमेण घना, वना व्यासार्धाभ्यां ये  
द्वे वृत्ते संजायेते तयोः संपातगतारेखा ववं पूर्णज्यायां लम्ब-  
रूपा स्यात्तथाच मम रेखां समभागद्वयं करोतीति तावत्स्पष्ट-  
मेव रेखागणितज्ञानाम् । ततो वासना सुयोधा ।

[ ५ ] अभ्यासार्थमुदाहरणान्तराणि ।

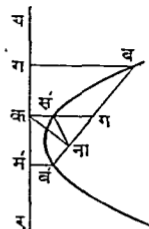
( १ ) यदि समानान्तरपूर्णज्याव्यासरेखाभ्यामुत्पन्न कोणः  
पञ्चचत्वारिंशत्समस्तदाऽन्यव्यासरेखा स्थिरकोट्यप्रगामिनी  
भवेत् ।

( २ ) वनावं कापि नाभिगता पूर्णज्या, तत्र व, वं विन्दुभ्यां  
व्यासरेखोपरि वम, वंम लम्बौ स्तस्तदा मम व्यासखण्डं स वि-  
न्दोर्नाभिलग्नपूर्णज्यायाः समानान्तरपूर्णजोवासमं भवति ।

( ३ ) सप कापि परवलयस्य पूर्णज्या । प स्थानात् सप  
रेखोपरि लम्बनिपातेन व्यासरेखायां ग विन्दौ लगति तदा सग  
रेखा नाभिगतसमानान्तरपूर्णज्या समा भवति ।

षष्ठी प्रतिज्ञा ।

नाभिप्रलम्बना किल पूर्णजोवा  
या चान्यविष्कम्भदलीकृता स्यात् ।  
तदर्धरेखा प्रमिताऽन्यकोटिः  
तन्मूलविन्दोरिह दोर्मितिः स्यात् ॥ ८ ॥  
अन्यशीर्षगता रेखा नाभेरन्यः परः स्मृतः ।  
द्विनिष्पन्नपरतुल्या स्यादन्यकोटिरिहापि च ॥ ९ ॥



अत्रापि कल्प्यते

यर = अक्षरेखा

ना = नाभिचिन्दुः ।

घर्ष = नाभिगतपूर्णज्या या च

कग अन्यन्यासेन ग चिन्दौ समद्विभक्ता भवति ।

सं = अन्यशीर्षस्थानम् ।

नासं = अन्यपरः = पं

वग = अन्यकोटिः = को ।

कग = अन्यभुजः = भु ।

तदा

वग = २संना = २पं भविष्यति ।

अत्रोपपत्तिः । यर अक्षरेखोपरि घम, घर्म लम्बरूपे रेखे विधाय ना चिन्दोः घर्ष रेखोपरि गता नाक लम्बरेखा निये-  
शनीया । तेनात्रापि पारबलयिकपरिभाषया—

नासं = संक

∴ ∠ संकना = ∠ कनासं

परंच कगना त्रिभुजस्य जान्यन्यात्—

∠ क + ∠ ग = ∠ कनासं + ∠ गनासं

∴ ∠ ग = ∠ गनासं

∴ नास = सग.

∴ सक = सग.

अथ च वव = नाव + नाव  
= वम + वम

परं चात्र क्षेत्रमित्या—

२कग = वम + वम

∴ वव = २कग

∴ कग =  $\frac{वव}{२}$  = वग

या ∴ २ सना = वग

या २ पं = वग = अन्यकोटिः ।

उपपन्नं यथोक्तम् ।

सप्तमी प्रतिज्ञा ।

परबलयस्थितबिन्दोर्यदि विद्वत्स्पर्शरेखिकां कर्तुम् ।

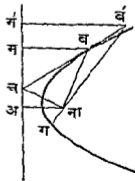
अमिलयसि तदा सत्त्वरत्नतिमतिदां युक्तिनाधेहि ॥ १० ॥

कार्येष्टबिन्दोरिह नामिलया रेखा किलैकाऽथ च लम्बरूपा ।

अन्याऽक्षरेखोपरिगा च ताभ्यां संजायते यः पश्चिधौ हि कोणः ॥ ११ ॥

तत्कोणभागद्वयकारिणी या तद्विन्दुगस्पर्शविधायिनी सा ।

रेखा किलोक्ता सततं बुधेन्द्रैरनन्तविद्यावलये परेऽस्मिन् ॥ १२ ॥



अत्रापि कल्प्यते यर=अक्षरेखा  
ना=नाभिः

अथ चक्रपरिधिगतकस्मादपि य विन्दोः अक्षरेखोपरि  
वम लम्बं विधाय घना रेखा योजनीया । तेन नाचम कोणार्ध  
कारिणी रेखा य विन्दौ चक्रं स्पृशतीति ।

यदि चय कोणार्धकारिणी रेखा चक्रस्पर्शरेखा न भवे-  
दित्येवं क्षेत्रेनापि कथ्यते तदा चय वर्धनेनावश्यमेव चक्रं  
छिनत्ति । तथा सति छिन्नविन्दुः यं कल्पितः । ततः घमं  
लम्बमक्षरेखोपरि कृत्वा घना रेखा संपादनीया । तथा च नाच  
रेखा कार्या ।

ततः यमच, घनाच त्रिभुजयो.

घम=घना

वच=उभयनिष्ठः

तथा  $\angle$ नाचच =  $\angle$ मच

∴ त्रिभुजे मिय सर्वांग्ययेन समाने ।

तेन नाच=मच

$\angle$ मचव =  $\angle$ नाचव

तथा च  $\angle$ घनाच =  $\angle$ वमच ।

परच  $\angle$ घमच = समकोणः

∴  $\angle$ घनाच = समकोणः ।

एवमेव घमं च, घनाच त्रिभुजयोः यं विन्दोर्वचक्रपरिधौ  
गतत्वात्—

घमं=घना

वच=उभयनिष्ठः

तथा  $\angle$ घंमं =  $\angle$ घंचना

तेन चमंघं, घनायं कोणयार्धे प्रत्येकं समकोण,  
अथवा तयोर्योगश्च समकोणद्वयसम इति क्षेत्रमित्या स्पष्टम् ।

अत उभयपक्षतोऽपि घनाच कोणस्य समकोणत्व जातमत

इदं वाधितम् । तदन्तर्गत घनाच्च कोणस्य समकोणत्वेन सिद्धत्वात् । अतो वर्धित च व रेखा कुत्रापि घने न भिनक्ति किन्तु तद्गतविन्दोस्तस्य स्पर्शरेखा स्यादित्युपपन्नम् ।

अथवा कल्प्यते वर्ध, कापि पूर्णज्या वर्धिता सती अक्षरेखायां च विन्दौ लग्ना । तदा क्षेत्रमित्या—

$$\frac{\text{नाच}}{\text{नाच}} = \frac{\text{धम}}{\text{धम}} = \frac{\text{वच}}{\text{वच}}$$

अतोऽत्र नाच रेखा घनाग कोणमधंविष्यति, पाह्यज्ञो-  
शत्वात् ।

अथ व, वं विन्दोरन्तरं यथा २ स्वल्पं स्वीक्रियते तथा २ नाच रेखया अर्धितो घनाग कोणः समकोणासन्नो भविष्यति । एवं तयोरन्तराभावेऽर्थाद्यत्र व विन्दुः वं विन्दोर्वैव पतेत्तत्र चनाग, चनावं कोणयोर्मध्ये प्रत्येकं समकोणसम-  
स्तथा वच रेखा च वं विन्दौ वक्रस्य स्पर्शरेखास्यादित्यु-  
पपन्नम् ।

[ ७ ] उदाहरणान्तराणि ।

( १ ) शीर्षविन्दुगतस्पर्शरेखा व्यासोपरिलम्बरूपा भवेत् ।

( २ ) परवलयस्य तादृशी स्पर्शरेखा विधेया, या च व्यास-  
रेखया सह निर्दिष्टकोणसमं कोणमुत्पादयति ।

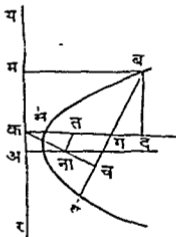
( ३ ) नाभिस्थानात्स्पर्शविन्दुजभुजमूलगामिनो रेखा स्पर्श-  
रेखोपरि लम्बरूपा भवेत् । स्पर्शरेखाऽपि तस्याः समशकलं  
करोति :

( ४ ) स्पर्शरेखायाः कस्माच्चिदपि विन्दोः नाभिगता रे-  
खा भुजमूलगरेखासमा स्यात् ।

( ५ ) य विन्दुगतस्पर्शरेखायां कस्माच्चन प विन्दोः नाच  
रेखोपरिलम्बरेखा द्विगुणपरतुल्या स्यात्तदा प विन्दुसमण-  
मागोऽन्विष्यताम् ।

अष्टमी प्रतिज्ञा ।

अथान्यविष्कम्भदलीकृतायाः  
 पूर्णज्यकाया दलमेव कोटिः ।  
 प्रकल्प्यते चेत्तु यदासि तत्र  
 कोटिप्रमाणं भुजतो बुधेन्द्राः ॥ १३ ॥  
 अन्यपरोनगुणं भुजमानं  
 घेदहतं खलु कोटिकृतिः स्यात् ।  
 एवमनेकसंश्लेषविशेषा  
 चक्रभवाः कथिता हि नवीनैः ॥ १४ ॥



अत्रापि कल्प्यते

यर = अक्षरेखा

ना = नाभिः

कग = अन्यो व्यासः

यव = काऽपि समानान्तरपूर्णज्या

कग = अक्षयो भुजः = भु

यग = अत्राया कोटिः = को

सं = अन्यशीर्षस्थानम् ।

कनाच = पूर्णज्योपरि नाभिगतलम्बरेखा ।

तेन घर्ग = ४संग. नासं भविष्यतीति ।

अत्रोपपत्तिः । अत्र चग समानान्तरां नात रेखां विधाय पंचमीप्रतिज्ञया—

$$\begin{array}{l}
 \text{परं च} \quad \text{कम} = \text{कच} - \text{नाच} \\
 \therefore \quad \text{कम} = \text{घद} \\
 \text{घद} = \text{कच} - \text{नाच} \\
 \text{परञ्चात्र} \quad \text{घद}, \quad \text{कचग} \quad \text{त्रिभुजयोः साजात्यतः—} \\
 \frac{\text{घर्ग}}{\text{घद}} = \frac{\text{कग}}{\text{कच}} \\
 \text{पुनरपि} \quad \text{कनात}, \quad \text{कचग} \quad \text{त्रिभुजे साजात्ये} \\
 \text{अतः} \quad \frac{\text{कग}}{\text{कच}} = \frac{\text{कत}}{\text{कना}} = \frac{\text{कग} - \text{कत}}{\text{कच} - \text{कना}} \\
 = \frac{\text{तग}}{\text{नाच}} \\
 \therefore \quad \frac{\text{कग}}{\text{कच}} = \frac{\text{तग}}{\text{नाच}} = \frac{\text{कग} - \text{तग}}{\text{कच} - \text{नाच}} \\
 \therefore \quad \frac{\text{घर्ग}}{\text{घद}} = \frac{\text{तग}}{\text{नाच}} = \frac{\text{कग} - \text{तग}}{\text{कच} - \text{नाच}} \\
 \text{परं च} \quad \text{घद} = \text{कच} - \text{नाच} \\
 \therefore \quad \text{घर्ग} = \text{कग} - \text{तग}
 \end{array}$$

परन्त्वत्रापि ( ६ ) प्रतिज्ञया—

$$\begin{array}{l}
 \text{कस} = \text{संत} = \text{नास} = \text{अन्यपरा} = \text{प} \\
 \text{तेन} \quad \text{कग} = \text{संग} + \text{कस} = \text{संग} + \text{प} \\
 \text{तग} = \text{संग} - \text{तस} = \text{संग} - \text{प} \\
 \therefore \quad \text{घर्ग} = (\text{संग} + \text{प}) (\text{संग} - \text{प}) \\
 = ४ \text{ संग} \times \text{प} \\
 = ४ \text{ प} (\text{सु-प}) \\
 = \text{को}^2
 \end{array}$$

( अनु ) यदि कस्यापि व विन्दोः वग कोटिनाकृतिः = ४ संग. पं भवेद्यत्र पं काऽपि स्थिरा संख्यास्यारादा तत्र व विन्दुम्रमणमनन्तबलये भवेदिति ।

तथा द्वि-संग रेखायाः सं विन्दुं केन्द्रं मत्वा पं व्यासाधने-  
कं वृत्तं विधेयम् । तस्य संग रेखायाश्च योगो क, त कल्पितौ ।  
ततः त विन्दोः वग समानान्तरा रेखा कार्या सा च वृत्ते ना विन्दौ  
लगति, कना, वग रेखयोर्योगश्च च विन्दौ जातः । एवं व स्या-  
नात् कग रेखोपरि वद् लम्बश्च निपात्यस्तदा प्रागुक्तप्रकारेण-

एवं यगं = कगं - तगं  
वदं = कचं - नाचं  
= कर्म

अस्मादपि वम = नाव सिद्धयति । तेन व विन्दुम्रमणं  
परबलये भविष्यति, यत्र ना नामिस्तथा कम रेखा चाक्ष इति  
भविष्यतीति ।

[ ८ ] अभ्यासायै कानिचिदुदाहरणान्तराणि प्रदर्शयन्ते ।

( १ ) काऽपि संप पूर्णज्या वम, यत्र रेखयोर्यदि ल, न  
विन्दोः क्रमेण संमिलेत्तदा संलं = संन. संप भविष्यतीति ।

( २ ) यदि यत्र रेखा संप पूर्णज्यां न विन्दौ तथा प वि-  
न्दोऽन्याससमानान्तररेखां च न विन्दौ छिनत्ति तदा

यगं = गन गनं भविष्यति ।

( ३ ) यत्रय काऽपि पूर्णज्याऽस्ति । तत्र वग, यगं अन्य  
कोटी स्तः । यद्यत्र यत्रय पूर्णज्या संगमं अन्यन्यासरेखायां य  
विन्दावेय मिलेत्तदा संगं = संग संगं भविष्यति ।

अत्र वसं रेखां वधित्वा धं विन्दोऽन्याससमानान्तररेखा-  
यां ह विन्दौ लग्ना । तथा ह विन्दोऽन्यकोटिसमानान्तररेखा  
वधित गसं रेखायां प विन्दौ च लगति तदा



वगः वगं = संगः संग-संगं  
 परं तु वगः संगं = वगं संगं  
 ∴ संग-संगं = संगं  
 ∴ संगः संगं = संगः संगं  
 अथ वा संगः पगं = संगः पगं  
 परं तु संगः पगं = वसः वसं  
 = सखः पगं  
 ∴ संगं = सखं

( ४ ) यदि पखप काऽपि पूर्णज्या सखग अभ्यव्यासेन ख विन्दौ समद्विभक्ता स्यात्तदा पखं = वगं-वगं भविष्यति

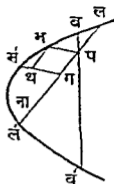
( ५ ) कोऽप्यन्यो व्यासो यदि समानान्तरे द्वे पूर्णज्ये द्विनत्ति तदा तत्खण्डद्वयघातयोः सम्बन्धोऽन्यशिरः स्थाना-  
त्पूर्णज्यावधिरेखयोः सम्बन्धेन समानः स्यात् ।

( ६ ) वषं रेखा निर्दिष्टा, ग तन्निष्ठविन्दोः ' गसं रेखा स्थिरदिशायां तथा नि सार्यां यथा संग रेखा वग-वगं अनेन सह समनिष्पत्तिका स्यात् तदा सं विन्दुम्रमणं परवलये भवेत् । यत् खलु य, वं विन्दुभ्यां गच्छति तथा यस्य व्यासरेखा संग समानान्तरा च भवेत् ।

( ७ ) त्रिभुजे यथाधारस्तथा फलं च स्थिरं कल्प्यते तदा शिरः कोणात्स्यसमुखभुजोपरि लम्बानां योगविन्दुम्रमणमनन्त वलयपरिधौ भवतीति निरूप्यताम् ।

### नवमी प्रतिज्ञा ।

पूर्णज्यके द्वे यदि संमिलेतां  
 तदा तु खण्डद्वयघातयोर्हि ।  
 समः समानान्तरयोस्तयोश्च  
 निष्पत्तिको नाभिजपूर्णमौर्वयोः ॥१५॥



अत्र

संग = अन्यज्यासरेखा

वर्य = प्रथमपूर्णज्या

ललं = द्वितीयपूर्णज्या

प = पूर्णज्ययोर्योगः

ना = नामिः ।

तदा  $\frac{वप \times वंप}{लप \times लंप} = \frac{ना \text{ विन्दो वर्यं स. पूर्णज्या}}{ना \text{ विन्दा ललं स. पूर्णज्या}}$  भविष्यति।

अत्रोपपत्तिः । अत्र संग समानान्तरा पम तथा ललं समानान्तरा मय कार्या.

तदा ( ६ ) प्रतिशया—

लग = २संना

ललं = ४संना = ४पं

परं च  $लप \times लंप = ( लग + पग ) ( लग - पग )$   
 $= लग^२ - पग^२$

तथा ( ८ ) प्रतिशया—

लग = ४संग. पं

पग = मयं = ४संथ. पं

एवं  $लप \times लंप = ४पं ( संग - संथ )$   
 $= ४पं. गय.$   
 $= ४पं. पम ।$

एवमेव

वप × व'प = ४व'प. पम

$$\therefore \frac{\text{लप} \times \text{ल'प}}{\text{वप} \times \text{व'प}} = \frac{\text{ना. स्थानात् लल' समात्तरापू. ४व'प}}{\text{ना स्थानात् वव' समानान्तरापू ४व'प}}$$

उपपन्नं यथोक्तम् ।

( ९ ) अभ्यासार्थमुदाहरणान्तराणि ।

( १ ) यदि मिथो मिलिते द्वे पूर्णज्ये द्वयोस्तादृशपूर्ण-  
ज्ययोः समानान्तरे भवेतां तदा तत्खण्डद्वयधातयोर्निष्पत्तिः  
समाना भवेत् ।

( २ ) परवलयपरिधौ त्रीन् बिन्दून् व्यासदिशश्च विज्ञाय  
परवलयरत्नना कार्या ।

( ३ ) परवलयान्तस्त्रिभुजं विरचयताम्, यस्य त्रयो भुजा  
निर्दिष्टभुजत्रयैः समानान्तरा भवेयुः ।

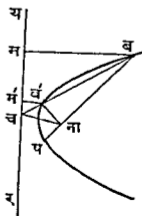
दशमी प्रतिज्ञा ।

नाभिस्थानत्पूर्णजोवाग्रयोर्ये

रेखे ताभ्यां जायते यो बहिस्थः ।

कोणस्तस्यार्धं करोतीह रेखा

तत्पूर्णज्याक्षैक्यतो नाभिलम्ना ॥ १६ ॥



कल्पतेऽत्रापि

यर = अक्षरेखा

ना = नाभिः ।

यवं = पूर्णज्या

∠ वनावं = पूर्णज्याप्रयोर्नाभिस्थाना—

द्वेषयोस्तपत्रः कोणः ।

च = पूर्णज्यातयोर्योगः ।

तदा चना रेखा वंनाप वाह्यकोणार्धं करिष्यतीति ।

अत्रोपपत्तिः । यम, वंम लम्बावक्षरेखोपरि निधाय क्षेत्र-

मितेः पट्टाच्यायेन—

$$\frac{वंम}{यम} = \frac{वंच}{वच}$$

वा

$$\frac{नावं}{नाव} = \frac{वंच}{वच}$$

अतः नाच रेखा वनावं कोणस्य वाह्यकोणमर्धं यिष्यतीति ।  
उपपन्नं यथोक्तम् ।

[ १० ] अन्यसाधर्ममुदाहरणान्तराणि प्रदर्शयन्ते ।

( १ ) परवलयपरिधौ बिन्दुद्वितयं नाभिं च विज्ञायाक्षरे-  
खायाः साधनं त्रिधौयताम् ।

( २ ) अक्षरेखां नाभिं च विज्ञायानया प्रतिज्ञया परवलय-  
परचना त्रिधेया ।

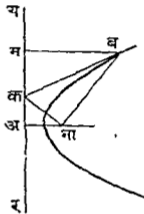
( अन्ययोपपत्तिज्ञानार्थं तृतीया प्रतिज्ञा दर्शनीया )

( ३ ) प बिन्दुः परवलयपरिधौ स्यात्तत्र यदि पस रेखा  
स्यमार्गे धर्तिताऽक्षरेखायां च बिन्दौ मिलति तदा वनावं  
कोणः समकोणेन समानः स्यात् ।

( ४ ) यदि यवं द्विगुणा कोटिरेखा स्यात्तथा यम रेखा  
प बिन्दौ परवलयपरिधौ लग्ना तदा पवं रेखा नाभिविन्दु-  
नामिनी भवेत् ।

## एकादशी प्रतिज्ञा ।

नाभिस्थानात्स्पर्शविन्दो गतैका  
रेखा चान्या स्पर्शरेखाद्योगे ।  
ताभ्यां नाभौ कोणमानं भवेद्यत्  
तत्साम्यं स्यात्खाद्भानैर्हि नूनम् ॥ १७ ॥



अत्रापि

यव = अक्षरेखा

ना = नाभिः ।

यक = य विन्दोः स्पर्शरेखा

यम = अक्षरेखोपरिलम्बरेखा

क = स्पर्शाक्षरेखयोर्योगः ।

तेन  $\angle यनाक = \angle मनाक$  भविष्यति ।

अत्रोपपत्तिः । अत्र यकना, यकम त्रिभुजयोः

यना = यम

यक = उभयनिष्ठः

तथा  $\angle नायक = \angle मयक$ 

अतः क्षेत्रमितेः प्रथमाध्यायेन—

यकना, यकम त्रिभुजे मियः समाने

∴  $\angle$  वनाक =  $\angle$  घमक.

पर च  $\angle$  घमक = सकोणः

∴  $\angle$  वनाक = समकोणः

उपपन्नं यथोक्तम् ।

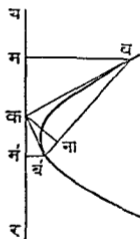
### द्वादशी प्रतिज्ञा ।

सखे नामिसंपूर्णजीवाग्रविन्दो-

र्यदि स्पर्शरेखे विधेये तदा तु ।

मिलेतां हि ते चाक्षरेखैकविन्दौ

समुत्पाद्य कोणं हि खाङ्गेन तुल्यम् ॥ १८ ॥



अत्र

घर = अक्षरेखा

ना = नामि

वर्ष = खाङ्गि नामिगतसंपूर्णज्या

वक = व विन्दोः स्पर्शरेखा

घम = लम्पः

वना = वर्ष रेखोपरि लम्परूपा ।

वम = अक्षरेखोपरि लम्परूपा

तदा कर्ब रेखा वं विन्दोः स्पर्शरेखा भविष्यति तथा च कर्ब  
कोणश्च समकोणेन समो भवतीति ।

अत्रोपपत्तिः । अत्रापि कर्बम् त्रिभुजे

$$\begin{aligned} \text{कर्म} &= \text{कर्ब} - \text{व} \text{ म} \\ &= \text{कर्ब} - \text{नाव} \\ &= \text{कर्ना} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{कर्म} = \text{कर्ना}$$

$$\text{तथा च} \quad \text{वर्म} = \text{वर्ना}$$

$$\text{कर्ब} = \text{उभयनिष्ठः ।}$$

तेन कर्मव, कर्नाव त्रिभुजे मिथः समाने

$$\therefore \angle \text{कर्म} = \angle \text{कर्वा}$$

$$\text{एवं} \quad \angle \text{वर्म} = \angle \text{वर्ना}$$

अतः कर्ब रेखा वं विन्दो वक्रस्य स्पर्शरेखा सिद्धा ।

$$\begin{aligned} \text{अथ च} \quad \angle \text{वर्ब} &= \frac{1}{2} \angle \text{नाकर्म} + \frac{1}{2} \angle \text{नाकम} \\ &= \frac{1}{2} ( \angle \text{नाकर्म} + \angle \text{नाकम} ) \\ &= \frac{1}{2} \text{ २ समकोणः} \\ &= \text{समकोणः ।} \end{aligned}$$

उपपन्नं यद्योक्तम् ।

[ १२ ] अभ्यासार्थमुदाहरणान्तराणि ।

( १ ) मम रेखा क विन्दायेवार्धिता भवेत् ।

( २ ) यद्यत्तरेखास्यविन्दोः परवलयस्य द्वे स्पर्शरेखे नि-  
नेर्मविने तदा तयोरन्तर्गतकोणः समकोणेन समानः स्यात् ।

( ३ ) नाभिगतपूर्णज्वाप्यान्मर्ध घृत्तं तत्रैवाक्षरेखां स्पृ-  
णति यत्र पूर्णज्वाप्यविन्दोर्धिधीयमानयोः स्पर्शरेखयोः संमे-  
दनं भवेत् ।

( ४ ) यदि कस्यापि परवलयक्षेत्रस्य स्पर्शरेखाभ्यामु-  
पपन्नः कोणः समकोणः स्यात्तदा स्पर्शरेखाद्वययोगविन्दुसममण  
तदक्षरेखायायेव भवेत् ।

( ५ ) स्पर्शविन्दू तथा स्पर्शरेखयोः संयोगविन्दुश्च निर्दिष्टस्तदा परवलयरचना विधेया ।

### त्रयोदशीप्रतिज्ञा ।

स्पर्शरेखाव्यासयोगात्कोटिमूलावधिर्भवेत् ।

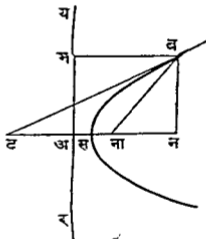
समस्पर्शाभिधा रेखा नवीनैरिति कथ्यते ॥ १९ ॥

समस्पर्शरेखा द्विधा स्यात्सदैव

शिरोविन्दुयोगेऽथ तन्मानमेवम् ।

परोनो भुजो लोचनघ्नो भवेद्वै

तनोऽन्योऽपि भेदो विचिन्त्यः सुधीभिः ॥ २० ॥



अत्र कल्प्यते

यर = अक्षरेखा

ना = नाभिः ।

व = स्पर्शविन्दुः

नास = व्यासरेखा

स = शिखः स्थानम् ।

यम = अक्षरेखोपरि लम्बः

ट = स्पर्शरेखा व्यासयोगः ।



वन = कोटिः

न = कोटिर्मूलविन्दुः ।

अतोऽत्र टन रेखा समस्पर्शरेखेत्युच्यते यस्य स विन्दौ समानं शकलद्वयं भविष्यति, तथा टन रेखा द्विज्ज सन समा च भवतीति ।

अत्रोपपत्तिः । अत्र वट रेखायाः य विन्दौ स्पर्शरेखात्वात्

$$\angle \text{नावट} = \angle \text{टवम}$$

परं च क्षेत्रमित्या—

$$\angle \text{टवम} = \angle \text{वटना}$$

$$\therefore \angle \text{नावट} = \angle \text{वटना}$$

$$\therefore \text{वना} = \text{नाट}$$

$$\text{परं च नाव} = \text{वम} = \text{अन}$$

$$\therefore \text{नाट} = \text{अन}$$

$$\therefore \text{नान} = \text{अट}$$

$$\therefore \text{सन} = \text{सट}$$

$$\therefore \text{टन} = २ \text{ सन}$$

$$= २ ( \text{य-प} )$$

अत्र य व विन्दुगतभुज इति । तेनोपपन्नं सर्वम् ।

( १३ ) अभ्यासार्थं कानिचिदुदाहरणानि ।

( १ ) यदि ट विन्दुः सत्र रेखायाः समशकलं विदधाति तदा न विन्दुरपि नास रेखाया मध्यविन्दौ पतति ।

( २ ) यदि नाम रेखा वट स्पर्शरेखायां ख विन्दौ लगति तदा नख = टख भविष्यति ।

( ३ ) यदि वट स्पर्शरेखा स विन्दुगतस्पर्शरेखायां ज विन्दौ मिलति तदा सज = सना · सन भविष्यति ।

( ४ ) यदि घ स्पर्शविन्दौ वट स्पर्शरेखायां लभ्यो विधीयते तथा तदुपरि ना विन्दोः नाह लभ्यश्च निपात्यते तदा नाह = सन × नाय

( २ नाह = वट एतदर्थं द्वितीया प्रतिज्ञा दर्शनीया )

( ५ ) शीर्षविन्दुः स्पर्शरेखा तथा स्पर्शविन्दुश्च निर्दिष्ट-  
स्तदा परवलयं विधीयताम् ।

वस रेखा स्वमार्गे वर्धयित्वा वस = सच विधेया । ततः  
सच रेखाव्यासमव वृत्तं विधेयम्, तत्तु स्पर्शरेखां यदि ऽ  
विन्दौ छिनत्ति तदा टस रेखा व्यासरेखा भवेत् । ततो वक्र-  
रचना सुबोधैव ।

### चतुर्दशी प्रातिज्ञा ।

बाह्यविन्दोरिह स्पर्शरेखिकाकरणं यदि ।

अनन्तवलयस्यैव तदेदमभिधीयते ॥ २१ ॥

या नाभिलग्रा खलु रेखिका स्यादभीष्टविन्दोरिह तां प्रकल्प्य ।

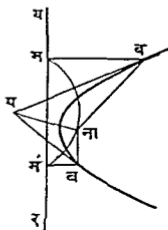
त्रिज्यां तथा केन्द्रमभीष्टविन्दुं तत्रैकवृत्तं सुधिया विधेयम् ॥ २२ ॥

तदक्षरेखायुतिजातविन्दाऽक्षोपरिस्था खलु लम्बरेखा ।

युनक्ति वक्रेण तु यत्र तस्मात्स्वामोष्टविन्दौ विहितैकरेखा ॥ २३ ॥

स्पर्शरेखा भवत्येव बाह्यविन्दोरिति स्फुटम् ।

स्पर्शरेखाद्वयं जातमेवं श्रेय विजानता ॥ २४ ॥



अत्रापि कल्प्यते यर = अक्षरेखा

ना = नामिः ।

प = अभोष्टविन्दुर्यस्मात् परवलय-

स्य स्पर्शरेखा कर्तव्याऽस्ति ।

अथ प विन्दुं केन्द्रं मत्वा पना त्रिज्याभितेन मनामं वृत्तं विधाय तस्याक्षरेखयोर्योगौ म, मं कल्पितौ । अथ च म, मं विन्दुभ्यां यर अक्षरेखोपरि मयं, मयं लम्बरेखे समुत्पाद्य तयोर्वक्त्रेण सह योगौ य, यं कल्पितौ । पय, पयं रेखे च योजनीये ।

अतोऽत्र पय, पयं रेखे पय प विन्दोः परवलयस्य स्पर्शरेखे भवत इति ।

अत्रोपपत्तिः । पम, पमं रेखे कार्ये ।

अथात्र पमय, पनाय त्रिभुजयोः—

मय = नाय

पम = पना

तथा पय उभयनिष्ठः

तेन त्रिभुजे द्वे मिथः समाने भवतः !

अतः  $\angle मयप = \angle नायप$

तेन पय रेखा परवलयस्य य विन्दौ स्पर्शरेखा जाता ।

पयमेव पयं रेखाऽपि यं विन्दौ स्पर्शरेखा सिद्धयति । तेन प विन्दोः स्पर्शरेखाद्वयं सम्पद्यते ।

अत्र पना रेखा यावत् प विन्दोरक्षरेखोपरि लम्बरेखातोऽधिका स्यात्तावत्स्पर्शरेखाद्वयं वास्तवमेव संजायते । यदि पना रेखा लम्बेन समा स्यात्तत्र प विन्दोः परवलयस्य परिधा-  
येय वर्तमानत्वात्तत्रैकेय स्पर्शरेखा भवति । यदि च प विन्दुः परवलयात्तर्धसंते तदा तत्र स्पर्शरेखा नोत्पद्यत इति सर्वं रेखा-  
गणितचिह्नविधिद्विरवगन्तव्यम् ।

[ १४ ] अभ्यासार्थमुदाहरणान्तराणि ।

( १ ) यदि प विन्दुरक्षरेखोपरि स्यात्तदा स्पर्शरेखाभ्या-  
मुत्पन्नः कोणः समकोणेन समानः प्रदर्श्यताम् ।

( २ ) यदि प विन्दुर्यर्धितन्यासरेखायां वर्तते तथा  
पस =  $\frac{प}{३}$  भवेत्तदा पवनायं क्षेत्रं समसमानान्तरचतुरस्रं भवेत्

( ३ ) अथ या प विन्दोः पना व्यासार्धेन विहितवृत्तस्या-  
क्षरेखायाश्च योगौ म, मं कल्पितौ, तत्र प विन्दोः मना, मंना  
रेखयोरुपरि यौ लम्बौ नि.काश्येने तावेव परवलयस्य स्पर्शरेखे  
भवेताम् ।

पंचदशीप्रतिज्ञा ।

यदि द्वे स्फुट्रे स्पर्शरेखे भवेतां

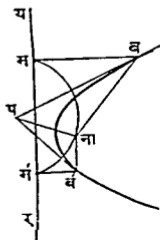
सखे याह्यविन्दोस्तदा तत्र नाभेः ।

पृथक् स्पर्शरेखाग्रगाभ्या समुत्थौ

सदा रेखिकाभ्यां समानौ हि कोणौ ॥ २५ ॥

परमेत्र त्रिकोणे द्वे स्पर्शरेखाधरागते ।

नाभिशीर्षे भवेतां हि सजातीये सदा बुध ॥ २६ ॥



अत्रापि कल्प्यते यर = अक्षरेखा  
 ना = नामिः ।  
 प = यं, घ विन्दोः स्पर्शरेखयो  
 र्यागविन्दुः ।

तदा  $\angle$  घनाप =  $\angle$  यनाप,

तथा यनाप, यनाप त्रिभुजे च मिथः समानकोणके भवेताम् ।

अत्रोपपत्तिः । य, यं विन्दोरक्षरेखोपरि घम, यंमं लम्बो  
 समुत्पादनीयौ, तेन म, ना, मं विन्दुत्रयगतमेकं वृत्तं भविष्यति  
 यस्य केन्द्रं प स्यादिति प्रागुक्तवर्हिर्विन्दुस्पर्शरेखाकरणयुक्तया  
 स्पष्टमेव ।

अतः यमप, यनाप त्रिभुजयोर्मिथस्तुल्यत्वात्—

$$\angle$$
 यमप =  $\angle$  यनाप,

एवं  $\angle$  यंमप =  $\angle$  यनाप

परं च  $\angle$  यमर =  $\angle$  यंमय = समकोणः

तथा  $\angle$  यमम =  $\angle$  यंमम

∴  $\angle$  यमप =  $\angle$  यंमप

∴  $\angle$  यनाप =  $\angle$  यनाप

अथ च  $\frac{1}{2}$   $\angle$  नापम =  $\angle$  नामम

∴  $\angle$  नापय =  $\angle$  नामम

परं च  $\angle$  नामम +  $\angle$  नामय = समकोणः

∴  $\angle$  नामय +  $\angle$  मयप = समकोणः

∴  $\angle$  नामम =  $\angle$  मयप =  $\angle$  नापय

∴  $\angle$  नापय =  $\angle$  नापय

तेन नापय, नापयं त्रिभुजे मिथः सजातीये सम्पन्ने । अत्र  
 उपपन्नं यथोक्तम् ।

[ १५ ] कानिचिदुदाहरणान्तराणि प्रदर्शयन्ते ।

( १ ) यदि प घाहविन्दुर्यस्मात् परवलयस्य स्पर्शरेखे  
 विहिते । यं, य स्पर्शविन्दु च स्तस्तदा पय पयं = पना तथा  
 पयं : पयं = नायः नायं भवति ।

( २ ) यदि व्यासरेखागतकस्माच्चनविन्दोः परवलयस्य द्वे स्पर्शरेखे ते कयाऽपि तृतीयस्पर्शरेखया छिन्नेभवतस्तदा तच्छिन्नविन्दू नाभिस्थानात्समान्तरौ भवेताम् ।

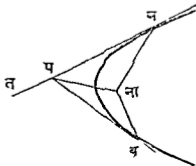
( ३ ) प विन्दोः व्याससमानान्तरा रेखा कार्या, तत्र पना समानान्तरे रेखे प विन्दोः स्पर्शरेखाभ्यां समानावेव कोणौ समुत्पादयतः ।

( ४ ) पयव कोणस्य समभागद्वयकारिणी रेखा व्यासरेखायां र विन्दौ लग्ना तदा नाप = नार भविष्यति ।

( ५ ) यदि बाह्यविन्दोः परवलयस्य द्वे स्पर्शरेखे विधीयेते तदा तत्रैकस्पर्शरेखाव्यासरेखाभ्यां य' कोण' स एव बाह्यविन्दानाभिगतरेखाऽन्यस्पर्शरेखाभ्यां समुत्पन्न कोणो भवतीति ।

### पोडशी प्रतिज्ञा ।

अथ स्पर्शरेखायुतौ कोणमान  
सखे बाह्यलग्नं भवेद्यत्तदेव ।  
बुधा नाभिशीर्षाख्यकोणेन तुल्यम्  
सदा जायते स्पर्शरेखाधरायाम् ॥ २७ ॥



अत्र कल्प्यते

ना = नाभिः ।

यप = य विन्दुगतस्पर्शरेखा

यंप = यं " " "

तेन

 $\angle$  यंपत =  $\angle$  वनाप भविष्यति ।

अत्रोपपत्तिः । अत्र नाय, नाप, नायं रेखाश्च सयोजनीयाः ।

अतः नायप त्रिभुजे क्षेत्रमित्या—

 $\angle$  वनाप +  $\angle$  नायप +  $\angle$  नापय = २समकोणः ।

पर च प्रागानीतप्रकारेण—

 $\angle$  नायप =  $\angle$  नापयं∴  $\angle$  वनाप +  $\angle$  नापयं +  $\angle$  नापय = २समया  $\angle$  वनाप +  $\angle$  यपयं = २समकोणः.परं च  $\angle$  यपयं +  $\angle$  यंपत = २समकोणः ।∴  $\angle$  यंपत =  $\angle$  वनाप

उपपन्नं यथोक्तम् ।

[ १६ ] कानिचिदुदाहरणानि ।

( १ ) किमपि परचलय समत्रिभुजस्य कमपि भुजं स्पृशति तदा नाभिर्विन्दोः तत्स्पर्शभुजसंमुखकोणगामिनी रेखा स्पर्शविन्दुगतैव भवतीति ।

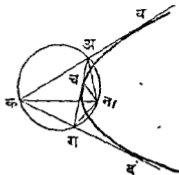
( २ ) अथस त्रिभुजस्य अथ आधारस्तथा स शीर्षकोणश्च निर्दिष्टस्तदा परचलयस्य नाभिर्विन्दुभ्रमणं कुत्र भवति यदि परचलयं सद्य, सव भुजौ अ, घ विन्दोर्येव स्पृशति ।

( ३ ) यदि पययं त्रिभुजोपरिगयुक्तस्य केन्द्रं च कल्प्यते तदा घ, य, यं विन्दुत्रयगतं पृष्ठं नाभिर्विन्दुगतमपि स्यात् ।

सप्तदशी प्रतिज्ञा ।

तिष्ठभिः स्पर्शरेखाभिस्त्रिकोणं यत्रजायते ।

तदीयोपरिगं वृत्तं नाभिर्विन्दुगतं भवेत् ॥ २८ ॥



अत्र कल्प्यते कच, कर्च स्पर्शरेखयोर्योगः = क,  
 अच, अच स्पर्शरेखयोर्योगः = अ,  
 एवमेव गच, गर्च स्पर्शरेखयोर्योगः = ग  
 तदा अकग त्रिभुजोपरिगं वृत्तं नाभिचिन्दुगतं भविष्यती-

ति । अत्र ना = नाभिः ।

अत्रोपपत्तिः । अत्रापि नाच, नाअ, नाक, नाग तथा नाच  
 रेखाश्च कार्याः ।

तेन पूर्वक्षेत्रेण—

नाचक, नाचर्च त्रिभुजयोः सजातित्वात्

$$\angle \text{नाचक} = \angle \text{नाचर्च}$$

एवं नाचअ, नाअच त्रिभुजयोः सजात्यतः

$$\angle \text{नाचअ} = \angle \text{नाअच}$$

$$\therefore \angle \text{नाअच} = \angle \text{नाचर्च}$$

परंचात्रैतयोः कोणयोः गना रेखोपरिवर्तमानत्वात् अ, क,  
 ग, ना बिन्दवो वृत्तपरिघौ भवन्तीति क्षेत्रमित्या स्फुटमेवात  
 उपपन्नं यथोक्तम् ।

[ १७ ] अत्राभ्यासार्थमुदाहरणान्तराणि ।

{ १ } निर्दिष्टरेखात्रितयस्पर्शकारिणः परवलयस्य नाभि-  
 चिन्दुमूलमार्गो निर्धारिताम् ।



( २ ) परवलयस्य स्पर्शरेखात्रयनिर्मितत्रिभुजे शीर्षकोणतः संमुखभुजोपरि गतानां लम्बानां संघातविन्दुस्तदक्षरेखायामेव भवतीति ।

( ३ ) यदि अ, क, ग विन्दुभिः नाश्र नाक, नाग रेखाप्रयोपरि लम्बा विधीयन्ते तदा तेषां संमेलनमेकस्मिन्नेव विन्दौ भवेत् ।

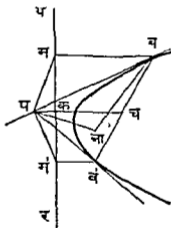
### अष्टादशी प्रतिज्ञा ।

या स्पर्शरेखाद्वययोगविन्दो-

र्व्यासस्य तुल्यान्तररेखिका स्यात् ।

समद्विभागं प्रकरोति सा वै

स्पर्शाख्यविन्दुद्वयलग्नमौर्व्याः ॥२६॥



-अत्रापि कल्प्यते

यर = अक्षरेखा ।

ना = नाभिः ।

प = स्पर्शरेखायोर्योगविन्दुः ।

यय = स्पर्शानाभिनी पूर्णजोयाः ।

• पच = व्याससमान्तरा रेखा ।

तदा चर्च पूर्णज्यायाः च विन्दौ समद्विभागं भविष्यतीति ।

अत्रोपपत्तिः । य, यं विन्दुभ्यां यम, यमं लम्बरेखे विधाय-

पम, पमं, पना, नाय रेखाश्च संयोजनीयाः ।

अथ पयम, पयना त्रिभुजयोः—

यम = नाय

पय = उभयनिष्ठः ।

तथा  $\angle$ पयम =  $\angle$ पयना

तेन त्रिभुजे च सर्वावयवेन समाने भवतः ।

∴ पम = पना

एवमेव पमं = पना

∴ पम = पमं

अथ च पमक, पमंक त्रिभुजयोः—

पम = पमं

पक = उभयनिष्ठः

तथा  $\angle$ पकम =  $\angle$ पकमं = समकोणः । अतस्त्रिभुजे

च मिथः समाने ।

तेन कम = कमं

अत्र क विन्दुः ममं भुजस्य मध्यविन्दुः । परन्तु कच रेखा यम या यमं समानान्तराऽस्ति, तेन च विन्दुरपि चर्च पूर्णज्याया मध्यविन्दुर्भवतीति सर्वमुपपन्नम् ।

[ १८ ] अभ्यासार्थं कानिचिदुदाहरणानि ।

( १ ) कस्या अपि पूर्णज्यायाः प्रान्ताभ्यां विहितयोः स्पर्शरेखयोः संपातः पूर्णज्यार्धविन्दुगतान्यव्यासरंखायामेव भवेत् ।

( २ ) नाभिगतपूर्णज्याव्यासमधं वृत्तमक्षरेखां स्पृशति ।

( ३ ) परवलये स्पर्शविन्दोः स्पर्शरेखयोरुपरि निर्मितयोर्लम्बयोः संमेलनं तत्स्पर्शविन्दुगतपूर्णज्यार्धगतान्यव्यासरंखायां भवतीति ।

( ४ ) द्वे स्पर्शरेखे तथा स्पर्शविन्दू च विज्ञाय परवलयस्याक्षरेखा नाभिश्च निर्णेतव्यः ।

( ५ ) स्पर्शविन्दुद्वयगतपूर्णज्याया समानान्तरे वर्तमाना या कस्याश्चपि रेखाया परवलयस्पर्शरेखान्तर्गते शक्ये समाने भवेताम् ।

( ६ ) यदि पव, पत्र द्वे स्पर्शरेखे स्त, स्पर्शविन्दुद्वयगत पूर्णज्याया मध्यविन्दु ग स्यात्तदा पत्र पत्र = २ पना-पग भविष्यति ।

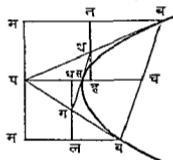
### एकोनविंशीप्रतिज्ञा ।

या स्पर्शरेखाऽन्यशिरोगता स्यात्

समान्तरा सा कथिता नवीनै ।

अन्याभिधव्यासदलीकृताया

पूर्णज्याकाया इति धीमतोक्षम् ॥ ३० ॥



कल्प्यते

स = अन्यशीर्षस्थानम् ।

पसच = अन्यव्यास

गसध = स स्थानात्स्पर्शरेखा

यस्या समानान्तरा यत्र पूर्णज्या कृता । तदा पत्र पूर्ण ज्या च विन्दुवर्धिता भविष्यतीति ।

अत्रोपपत्ति । अत्र घ, य विन्दो स्पर्शरेखयोर्योगविन्दुः प कल्पित । तथा च स विन्दुगतस्पर्शरेखा पत्र रेखायां घ विन्दौ तथा पत्र रेखायां च ग विन्दौ लम्बा । प विन्दो पत्र

रेखायां मपमं लम्बरेखां विधाय तदुपरि वम तथा वमं लम्ब रेखे च कार्ये । एवं ग, घ विन्दुभ्यां घगल, तथह समा- नान्तरे कार्ये ।

अतः क्षेत्रमितेः पष्टाध्यायेन—

$$\begin{aligned} \frac{\text{तथ}}{\text{मप}} &= \frac{\text{वध}}{\text{वप}} \\ &= \frac{\text{गघं}}{\text{पघं}} \\ &= \frac{\text{गल}}{\text{पम}} \end{aligned}$$

परं च पूर्वक्षेत्रयुत्रस्था—

$$\text{मप} = \text{पमं}$$

$$\therefore \text{तथ} = \text{गल}$$

$$\text{परं पूर्वयुत्रस्थैव गल} = \text{गध}$$

$$\text{तथा तथ} = \text{हथ}$$

$$\therefore \text{गल} = \text{तथ}$$

$$= \text{गध}$$

$$= \text{हथ}$$

$$\therefore \text{संग} = \text{संथ}$$

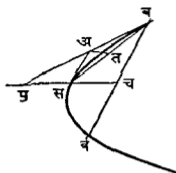
अत्र पययं त्रिभुजे गध रेखा ययं आधारसमानान्तरा वर्तते तथा च पच रेखया स विन्दावध्रिता च स्यात्चेन ययं पूर्ण- ज्याऽपि पच रेखया च विन्दावेव समद्विभक्ता भवेदिति । अत उपपन्नं यथोक्तम् ।

इत्यनयोपपत्त्या "शाबन्धः पूर्णज्ञीयाः स्युः समानान्तरगा" इत्याद्युक्तमपि सुखेनैवोपपद्यते ।

विंशीप्रतिज्ञा ।

अथ स्पर्शरेखाऽन्यविष्कम्भयोगात् स्वकीयान्यकोटेर्दि मूलान्तराला ।

सदा रेखिका चान्यशीर्षाव्यविन्दौ  
द्विधा जायते धीमतेर्द्दं विचिन्त्यम् ॥ ३१ ॥



अत्र कल्प्यते सं = अन्यशीर्षस्थानम् ।

वर्ध = पूर्णज्या ।

पच = अन्यज्यासः ।

तदा पच रेखा सं विन्दौ समद्विभक्ता भविष्यतीति ।  
अत्रोपपत्तिः । सं स्थानात्परवलयस्य स्पर्शरेखां विधाय  
तस्याः पच रेखायाश्च योगः अ । संय रेखां संयोज्य, अ स्था-  
नात् पच समानान्तरा अत रेखा कार्या ।

अत्र अ स्पर्शरेखयोर्योगविन्दुस्तथा च संव संपर्शविन्दुद्वय-  
गतपूर्णज्या ।

अतः

संत = घत

परे च पूर्वमुक्ताया—

संअ ॥ यच

पयच त्रिभुजे

$\frac{पसं}{संच} = \frac{पघ}{अय}$

$\frac{पघ}{अय} = \frac{संत}{तय}$

एय

$\frac{पघ}{अय} = \frac{संत}{तय}$

पर च	संत = वत
∴	पत्र = अत्र
∴	पसं = संच

अत उपपन्नं यथोक्तम् ।

[ २० ] अम्यासार्थं कानिचिदुदाहरणान्तराणि प्रदर्शयन्ते ।

( १ ) परवलये समानान्तरपूर्णज्याप्राभ्यां विहितयोः स्पर्शरेखायोः संपात एकस्यां रेखायामेव भवेत् ।

( २ ) यदि पच = वच तदा पविन्दुरक्षरेखायामेव स्यात् ।

( ३ ) यदि सं विन्दोरन्यव्यास अक्षरेखायां क विन्दौ तथा स विन्दौ वक्रस्पर्शरेखायाः समानान्तरायां नाभिगतपूर्णज्यायां ग विन्दौ च लगति तदा संग = कसं भविष्यति ।

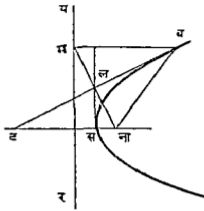
( ४ ) यदि संव, संव द्वे पूर्णज्ये स्तस्तत्र सव रेखा वं विन्दुगतान्यव्यासरेखायां त विन्दौ तथा संव रेखा व विन्दोरन्यव्यासरेखायां च य विन्दौ मिलति तदा तथ रेखा सं विन्दुगतस्पर्शरेखायाः समानान्तरा भवेत् ।

### एकविंशीप्रतिज्ञा ।

चेत्स्पर्शरेखोपरि लम्बरेखा  
नाभिस्थविन्दोः क्रियते तदा तु ।  
शिरोगतस्पर्शसुरेखिकायां  
तल्लम्बमूलमणं भवेद्वै ॥ ३२ ॥

एवं भुजमितिः क्षुण्णा परेण नियतं भवेत् ।

पराद्विचलये विद्वन् लम्बवर्गमितिः सदा ॥ ३३ ॥



अत्र कल्प्यते

यर = अक्षरेखा

ना = नाभिः

यट = व विन्दौ स्पर्शरेखा

स = शिरः स्थानम्

नास = व्यासरेखा

ट = व्यासरेखाक्षयोयोगः ।

अथ स विन्दुगतस्पर्शरेखा कार्या सा च यट स्पर्शरेखायां ल विन्दौ लाग्ना । नाल, मल रेखे च विधेये ।

तदा नाल, मल एकैव रेखा भवति तथा यट स्पर्शरेखोपरि लम्बरूपा च स्यादिति ।

अत्रोपपत्तिः । अत्र नावल, मवल त्रिभुजयो.—

नाथ = मथ

वल = उभयनिष्ठः

तथा  $\angle$  नावल =  $\angle$  मवल

अतः त्रिभुजे च मिथः समाने

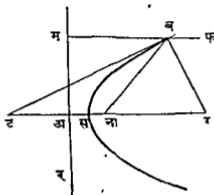
∴  $\angle$  नालथ =  $\angle$  मलथ

अतः नालथ, मलथ कोणयोर्मध्ये प्रत्येकं समकोणसमस्तेन





स चापि तत्स्पर्शगताभिरेखा-  
दोभ्यां समुत्पन्नवृद्धिः स्थकोणम् ।  
दलं करोतीति बुधा घदन्ति  
वर्द्धयरेखागणितप्रवीणाः ॥ ३५ ॥



अत्रापि कल्प्यते

यर = अक्षरेखा

ना = नामिः ।

घट = घ बिन्दोः स्पर्शरेखा

अ = मूलबिन्दुः

स = शीर्षस्थानम् ।

नासन्न = व्यासरेखा

घम = तत्रत्यो भुजः ।

घग = तत्रत्यो मध्याभिधलम्बः,

= घ बिन्दौ घट स्पर्शरेखो-

परि लम्बरूपः ।

अयं नायफ कोणस्य दलं करिष्यतीति ।

अत्रोपपत्तिः ।  $\angle मघट = \angle नाघट$

परं घ  $\angle नाघट + \angle नायग =$  समकोणः

तथा  $\angle मघट + \angle नाघट + \angle नावग + \angle गवफ = २सम$

$\therefore \angle मघट + \angle गवफ = समकोणः$

$\therefore \angle नावग = \angle गवफ$

उपपन्नं यथोक्तम् ।

### त्रयोविंशी प्रतिज्ञा ।

स मध्यलम्बो व्यासेन यं कोणमुपपादयेत् ।

तत्समं नाभिगस्पर्शविन्दुगामिकरेखया ॥ ३६ ॥

अत्रोपपत्तिः । पूर्वस्मिन् क्षेत्रे नाग, घफ रेखे समानान्तरे वग रेखा द्विनक्षि तेन क्षेत्रमित्या—

$\angle नागव = \angle गवफ$

परं च  $\angle गवफ = \angle नावग$

$\therefore \angle नागव = \angle नावग$

उपपन्नं यथोक्तम् ।

[ २३ ] अभ्यासार्थं कानिचिदुदाहरणानि प्रदर्शयन्ते ।

( १ ) यदि वयं काऽपि पूर्णज्या व विन्दुौ मध्यलम्बो भवेत्तया वनावं कोणश्च समकोणेन समानः सम्पद्येत तदा  $२नाव = नाव$  भविष्यति ।

( २ ) नाम, वट रेखे मिथो लम्बरूपे भवेताम् । तथा तद्विन्दावर्धिते च भवतः ।

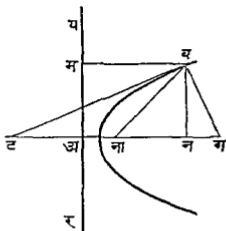
( ३ ) यदि नावग समत्रिभुज स्यात्तदा टमग कोणः समकोणसमो भवेत् ।

( ४ ) यदि स्पर्शरेखाऽक्षयोर्योगः प विन्दुः कल्प्येत तदा ना, प, म, व विन्दवो वृत्तपरिधौ भवन्ति यद्वृत्त वग रेखां व विन्दावेव स्पृशति ।

### चतुर्विंशी प्रतिज्ञा ।

स्पर्शविन्दुस्तथा व्यासस्पर्शरेखायुतिस्तथा ।

मध्यलम्बव्यासयोगो नाभेस्तुल्यान्तः सदा ॥ ३७ ॥



अत्रोपपत्तिः । अत्रापि प्रागुक्त ( २२ ) क्षेत्रे

$$\angle \text{नावग} = \angle \text{नागय}$$

$$\therefore \text{नाव} = \text{नाग}$$

एवमेव

$$\angle \text{वटना} = \angle \text{नावट}$$

$$\therefore \text{टना} = \text{नाव}$$

$$\therefore \text{नाव} = \text{नाग} = \text{टना} ।$$

उपपन्नं यथोक्तम् ।

### पंचविंशो प्रतिज्ञा ।

व्यासेन यत्र युतिमेव करोति मध्ये

लम्बस्ततो भवति कोटितलान्तराला ।

रेखा सदेह गणिते समलम्बसंज्ञ-

स्तन्मानमेव हि बुधा द्विगुणं परं स्यात् ॥ ३८ ॥

समलम्बसमस्पर्शरेखयोरहतिः सदा ।

कोटिचर्गमितिः सा स्याद्यथाऽन्यप्रकारतः ॥ ३९ ॥

अत्रापि पूर्वं चतुर्विंशतिप्रतिज्ञायां प्रतिपादितक्षेत्रे

यर = अक्षरेखा

ना = नाभिः

ट = स्पर्शरेखाध्यासयोगः

ग = मध्यलम्ब्यासयोगः

घन = कोटिः

न = कोटितलम् ।

अ = मूलविन्दुः

अना = द्विगुणपरः ।

गन = समलम्ब्यामिधः ।

तदा गन रेखा अना समा भविष्यतीति ।

अत्रोपपत्तिः । पूर्वयुक्त्वा—

टना = नाग = नाथ = यम

∴ नाग = अना

∴ अना = गन

∴ समलम्ब्यः = २परः ।

उपपन्नः पूर्वद्वलोकः ।

तथा चात्रैव टयग त्रिभुजस्य जात्यत्यात्तत्र टयग कोणस्य सममोल्यात् च टयग त्रिभुजोपरिगच्छस्य ध्यासः टग मय-  
नि । तेन क्षेत्रमिध्या—

यनै = टन × नग । उपपन्नं सधंम् ।

[ २५ ] कानि विद्वाद्दृष्टानि ।

( १ ) यदि नाथग समत्रिभुजं बन्ध्यते तदा नाथ रेखा द्वि-  
निप्रस्थिरकोटि भ्रमाना भवेत् ।

( २ ) परवलयस्यात् ब्रह्माच्चम विन्दोः स्पर्शरेखां विनैव  
तद्विद्यन्मुनयमध्यलम्ब्यः साधनीयः ।

( ३ ) यगं = ४सना · पना ।

( ४ ) यदि नाग रेखाया मध्यविन्दुः श बन्ध्यते तदा  
शयं-शयं = ४ नासं ।

( ५ ) यदि शय पूर्वाभ्योपरि च विन्दो लम्बो निपापने  
श च ध्यासरेखाया न विन्दो मुननि तदा गन = २नाम भ-  
विष्यति ।

( ६ ) यदि ग विन्दोः नाय रेखोपरिगत लम्बो निष्काश्यते  
तदा घत = रसना भविष्यति ।

### षड्विंशी प्रतिज्ञा ।

स्पर्शविन्दौ गता रेखा नाभितो नाभिजामिध्या ।

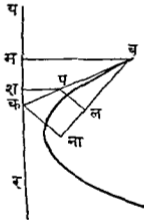
रेखिका स्यात्सदैवेति घटन्ति गणका इह ॥ ४७ ॥

यदि स्पर्शरेखास्थविन्दोर्विधेयौ

तुघा नाभिरेखाऽक्षयोर्लम्बरूपौ ।

तदा नाभिरेखागताल्लम्बमूला—

दधः खण्डकं चान्यलम्बेन तुल्यम् ॥ ४८ ॥



लना र पाल्यते

घर = अक्षरेखा

ना = नाभिः

घक = स्पर्शरेखा

घना = नाभिजरेखा

प = स्पर्शरेखास्थकोऽपि विन्दुः

पश = अक्षरेखोपरिलम्बरेखा

पल = नाभिजरेखोपरिलम्बः

नाल = नामिञ्जरेत्याधः एण्डम् ।

तदा पश = नाल भविष्यतीति ।

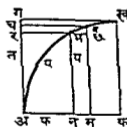
अत्रोपपत्तिः । अत्र अक्षरेखोपरि यम लम्बमुत्पाद्य घनाक  
त्रिभुजस्य जात्यत्वात् पल, घना समानान्तरे भवतस्तेन  
क्षेत्रमित्या—

$$\begin{aligned} \frac{\text{पक}}{\text{यक}} &= \frac{\text{नाल}}{\text{घना}} \\ \frac{\text{पक}}{\text{यक}} &= \frac{\text{पश}}{\text{यम}} \\ \therefore \frac{\text{नाल}}{\text{घना}} &= \frac{\text{पश}}{\text{यम}} \\ \therefore \text{नाल} &= \text{पश} \quad \text{उपपन्नम् ।} \end{aligned}$$

### सप्तविंशी प्रतिज्ञा ।

ध्यासकोट्योर्हनेस्त्र्यंशौ द्वौ भवेदिह सन्ततम् ।

परादियलयस्यैव सुसूक्ष्म हि फलं बुधाः ॥ ४२ ॥



अत्र तावन्कल्प्यते अकस्य परवलयक्षेत्रं यस्य फलानयन-  
ममीष्टम् ।

अत्र अग रेखा अ विन्दौ स्पर्शरेखा विधेया ।

ततः अक = ध्यासः = य ।

ध्यास एक = कोटिः = र ।

अतो ध्यासकोटिभ्यां अकस्यैव आयतक्षेत्रं जायते ।

तदा अक्षरग आयतक्षेत्रस्य त्रिभागद्वयसम अक्षर चा-  
पातमकपरवलयक्षेत्रस्य कल भविष्यतीति ।

अत्रोपपत्तिः । अत्रापि कोट्यानयनेन—

$$पकं = ४प \cdot अफ$$

$$भनं = ४प अम$$

$$वमं = ४प अम \dots \dots \text{इत्यादि ।}$$

$$अफ = \frac{पकं}{४प} = \frac{अतं}{४प}$$

$$अत = \frac{भनं}{४प} = \frac{अरं}{४प}$$

$$अम = \frac{वमं}{४प} = \frac{अचं}{४प} \dots \dots \text{इत्यादि ।}$$

अत्र यदि अग रेखाया न विभागः क्रियते तदा तत्रैकविभ-  
गस्वरूपम् =  $\frac{अग}{न} = अत = तर = चर = वग \dots \dots \text{इत्यादि ।}$

यदि प्रकल्प्यते तदा

$$अतपक = अत \cdot अफ$$

$$= अत \frac{पकं}{४प}$$

$$= अत \frac{अतं}{४प}$$

$$= \frac{अतं}{४प}$$

$$= \frac{अगं}{४प \cdot न}$$

$$\text{ततः तरमय} = तर \cdot तय$$

$$= तर \cdot अम$$

$$\begin{aligned}
 &= \text{अत} \frac{\text{अग}^2}{\text{धप}} \\
 &= \text{अत} \frac{\text{धअन}^2}{\text{धप}} \\
 &= \frac{\text{धअग}^2}{\text{धप.न}} \\
 \text{एवं चरलव} &= \text{चर.चय} \\
 &= \text{चर.अम} \\
 &= \text{अत} \frac{\text{यम}^2}{\text{धप}} \\
 &= \text{अत.} \frac{\text{२ अन}^2}{\text{धप.}} \\
 &= \frac{\text{२अत}^2}{\text{धप}} \\
 &= \frac{\text{२.अग}^2}{\text{धप.न}} \quad \text{इत्यादि सर्वत्र ।}
 \end{aligned}$$

अत्र सर्वेषामायतक्षेत्राणां योगेन अपभरखग क्षेत्रफले अपफ, पमय, भयल इत्यादि त्रिभुजानां फलानि सम्मिलितानि सन्ति ।

अपभरखगक्षेत्रफल+त्रिभुजफल

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\text{अग}^2}{\text{धप.न}} (1 + 3 + 5 + \dots + \text{न}^2) \\
 &= \frac{\text{अग}^2}{\text{धप.न}} \frac{\text{न}(\text{न}+1)(2\text{न}+1)}{2 \times 3} \\
 &= \frac{\text{अग}^2}{\text{धप.न}} \frac{(\text{न}+1)(2\text{न}+1)}{2 \times 3}
 \end{aligned}$$

अत्र न संख्या यथाऽ २ धिका बल्यते तथा  $\frac{\text{अग}}{\text{न}}$  मान

अतएव भवेत्तथा अपफ, पमय इत्यादि त्रिभुजानि च म्यल्पानि



स्यन्ति । एवं परमाधिकेऽनन्तसमे न माने  $\frac{\text{अग}}{न}$  शून्यसमं भवेत्तथा अपक, पभय इत्यादीनां त्रिभुजा फलानां योगो हि अपभवत्त चापरूपमेव भवेत् ।

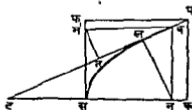
$$\text{एवं च तत्र } \frac{(न+१)(२न+१)}{२.३} = \frac{न^३}{३} \quad \text{भवति}$$

$$\begin{aligned} \text{अतः अपभवत्तक्षेत्रफल} &= \frac{\text{अग}^३}{४प. न^३} \times \frac{न^३}{३} \\ &= \frac{\text{अग}^३}{४प} \times \frac{\text{अग}}{३} \\ &= \frac{\text{अक. अग}}{३} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{अतः अक्षकपरवलयक्षेत्रलम्} &= \text{अक. अग} - \frac{\text{अक. अग}}{३} \\ &= \frac{२ \text{ अक. अग}}{३} \\ &= \frac{२ य \times र}{३} \end{aligned}$$

एतेनोपपन्नं सर्वम् ।

अथ वा प्रकारान्तरेण वासना ।



अत्रापि      सन = व्यासः = य,  
                   पन = कोटिः = र,  
                   सयन = परवलयक्षेत्रम् ।

यस्य फलं छातव्यमस्तीति ।

अत्रोपपत्तिः । व स्थानात् घट स्पर्शरेखां तथा स स्थानात् सफ स्पर्शरेखां च विधाय वम लम्बः समुत्पादनीयः । तथा म, न विन्दुभ्यां क्रमेण मत, नल लम्बौ कार्यौ ।

अथ प विन्दुस्तथा कल्पितो यथा प, व विन्दोरन्तरं रेखाह-  
पमेव स्यात्तथा सति प विन्दोः पक, पक लम्बौ संपादनीयौ ।

अथ च पूर्वक्षेत्रयुक्त्या—

$$\text{टन} = २\text{सन}$$

$$= २\text{वम}$$

परं च टलन, वमत त्रिभुजयोः साजात्यतः—

$$\frac{\text{नल}}{\text{टन}} = \frac{\text{मत}}{\text{वम}}$$

$$\therefore \text{नल} = २\text{मत} \quad \text{सिद्धयति ।}$$

अथ च वप आधारे स्थितयोः वपकन, वपकम चतुर्भुजयोः  
फलयोर्धः सम्यन्धः स एव तल्लम्बयोरपि भवतीत्यतः—

$$\frac{\text{वपकम}}{\text{वपकन}} = \frac{\text{मत}}{\text{नल}}$$

$$\therefore \text{वपकम} = \text{वपकन} \text{ सिद्धम् ।}$$

एतेनावसीयते यत् किल सवन, सवम क्षेत्रयोरपि ताह-  
शसुद्धमविभागस्थितानां चतुर्भुजानां समवायेनैव समुत्पन्नत्वा-  
त्तत्रापि पूर्वप्रतिपादितपुच्छेरनिवार्यकथात् च सवन क्षेत्रमपि  
सवम क्षेत्रफलतो द्विगुणं भ्यादिति स्पष्टमतः—

$$\text{सवनक्षेत्रफल} = २ \text{ सवमक्षेत्रफल.}$$

$$\therefore ३ \text{ सवमक्षेत्रफल} = \text{सवनक्षेत्रफल} + \text{सवमक्षेत्रफल.}$$

$$= \text{सन. वन}$$

$$= \text{य} \times \text{र.}$$

$$\therefore \text{सवमक्षेत्रफल} = \frac{\text{य} \times \text{र}}{३}$$

$$\therefore \text{सवनक्षेत्रफल} = \frac{२\text{य} \times \text{र}}{३} \quad \text{उपपन्नम् ।}$$

इति परचलयगणितं समाप्तम् ।

छात्राणां बुद्धिर्दशद्यार्थं कनिचन प्रश्नाः प्रदर्शयन्ते ।

( १ ) परवलये कोटयो नाभिगतरेखा वा यदि समानमम्बन्धेन विभज्यन्ते तदा तद्विभागबिन्दुभिर्जायमानं वक्रं परवलयमत्रैकं भवति ।

( २ ) परवलयस्य कस्यापि बिन्दोः स्पर्शरेखा कयाऽपि नाभिगतरेखा वा सह यदि समानमेवकोणं समुत्पादयति तदा स्पर्शरेखानाभिगतरेखयोर्योगबिन्दुभ्रमणमार्गोऽन्विष्यताम् ।

( ३ ) पत्र, पत्रं परवलयस्य द्वे स्पर्शरेखे स्तः । वक्रं रेखाया मध्यबिन्दुः ग तथा वक्रं रेखाव्यासरेखयोर्योगः न कल्पितः । पत्ररेखा यद्यक्षरेखायां क बिन्दौ युनक्ति तदा पत्रकना क्षेत्रं समानान्तरचतुर्भुजं संजायते । अत्र ना परवलयस्य नाभिरस्ति ।

( ४ ) सब एका पूर्णज्याऽस्ति परवलयस्य । तत्र ब बिन्दोः सब पूज्योपरि लम्बो व्यासरेखां ग बिन्दौ छिनत्ति तदा गन रेखा द्विघ्नस्विरकोटिम

( ५ )

( ६ ) निर्दिष्टपरवलयान्तस्त्रिभुजं विरच्यताम् । यस्य त्रयोभुजा निर्दिष्ट त्रिभुजभुजैः समानान्तरा भवेयुः ।

( ७ ) द्विघ्नकोट्यवच्छिन्नपरवलयस्यान्तर्वृत्तं विधेयम् ।

( ८ ) वक्रं परवलस्य मध्यलाम्बिकपूर्णज्या, यत्र मध्यलम्बव्यासयोर्योगः ग स्यात् । तथा वन, वनं य, ब बिन्दो, कोटीस्तस्तदा सग, वनं, वन, ४५ चतस्रो रेखा अनुपातीया भवन्ति ।

( ९ ) यदि द्वयोः परवलयोरेक एव नाभिः स्यात्तदा तयोरेकपूर्णज्या तयोरेखरेखयोर्योगबिन्दुगामिनी भवेत् । तथा तत्कोणमपि समद्विभागं च विद्धाति ।

( १० ) यदि तयोरनन्तवलयोरेक एवाक्षस्तदा तयोरेका पूर्णज्या तयो नाभिलग्नरेखामर्धेषिष्यति तथा तदुपरि लम्बश्च भवति ।

( ११ ) तद्विन्दुभ्रमणमार्गोऽन्विष्यतां यत्र खलु निर्दिष्टवृत्तात्परमाल्पान्तरे तद्वृत्तोपरि निर्दिष्टव्यासरेखाया लम्बीयान्तरेण समाने निष्यद्यते ।

( १२ ) यदि स, ना बिन्दुभ्यां परवलयस्पर्शरेखोपरि संज्ञं, नाल लम्बी विधीयते तदा

नाल = नाल संज्ञं + तना भविष्यति ।

( १३ ) परबलवमकं तथा त्रिरच्यतां यथा तन्निर्दिष्टरेखाग्रयं स्पृशति तथा यस्य नाभिरन्वनिर्दिष्टरेखायां च वरोवर्ति ।

( १४ ) षडं, षड परबलवम्य स्पर्शरेखे स्तः । यदि नाव + नाव स्थिरा कल्प्यते तदा ए विन्दुभ्रमणं परबलवपरिधौ भवेत् । तत्र स्थिराकोटिश्च केति निर्णायताम् ।

( १५ ) यदि षडं नाभिगता पूर्णज्या स्यात् तदा मना षडं = नाव नाव भविष्यति ।

( १६ ) यदि ष, ष विन्दोः स्पर्शरेखयोयोगः ८, तथा ते द्वे तृतीयस्पर्शरेखायां च, घ विन्दोरिष्टान्ने तदा

$$\frac{\text{रत}}{\text{रव}} + \frac{\text{रघ}}{\text{रव}} = १ \text{ भविष्यति ।}$$

( १७ ) यदि ना विन्दोः परबलवम्यव्यम्भाच्चनविन्दोः स्पर्शरेखामध्यलम्बयोपरि नाळ, नाळ लम्बो विधीयते तदा लङ्ग रेखा व्यासममानान्ता भवेत् ।

( १८ ) यदि काऽपि रेखा षनाबं नाभिगतपूर्णज्यामर्धयति तथा तत्र समकालं च समुत्पाद्य व्यासरेखायां अ विन्दो च मिष्टे तदा षडं = २नाअ भविष्यति ।

( १९ ) शीर्षविन्दु, स्पर्शरेखां तथा अनुष्णपरमानं च विज्ञाय परबलव-रचना कार्या ।

( २० ) नाभिगतपूर्णज्याप्रविन्दुभ्यां विहितो मज्जलम्बो मियो लम्बरूपौ मरेतां तथा तयोयोगविन्दुभ्रमणं च परबलवपरिधावेव स्यात् ।

( २१ ) मित्रः स्पर्शरेखे द्वे वृत्ते यदि परबलवं स्पृशतस्तथा ययोः केन्द्रे च व्यासरेखापामेव स्यातां तदा तद्द्वयव्यासाधंयोरन्तरं अनुगुणितयरेण समानं स्यादिति निर्णयताम् ।

( २२ ) नाभिगतपूर्णज्यैकप्रान्ताद्विहितोऽन्यो व्यासस्तदन्यप्रान्ताद्विहितं पूर्णज्यास्वरूपं मज्जलम्बमर्धयिष्यति ।

( २३ ) परबलवे कस्यापि विन्दोर्मध्यलम्बस्तशीयममज्जलम्बाधंविधावि-म्या कोट्या ममो भवतीति ।

( २४ ) नाभोपपूर्णज्याप्राम्यां यौ मज्जलम्बौ स्तस्तयोर्वर्गयोगो द्विभ्रतरेखावर्गसयो भवेत् या च स्पर्शरेखयोयोगविन्दोः पूर्णज्योर्वा लम्बरूपा स्यात् ।

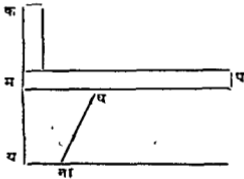
( २५ ) परवलयस्य कस्यापि बिन्दोः स्पर्शरेखा स्थिरकोटोरक्षरेखायां च नाभितुल्यान्तरे एव लगति ।

( २६ ) परवले त्रिभिः स्पर्शरेखाभिर्व्यतिभ्रुजं विरच्यते तत्र स्पर्श-  
बिन्दुत्रयनिर्मितत्रिभुजस्य द्रलेन-समं भवति ।

( २७ ) परवले पूर्णज्याया निर्मितचापक्षेत्रफले पूर्णज्याधारे स्पर्शरेखा-  
भ्यां निर्मितत्रिभुजफलस्य द्वौ तृतीयांशौ भवति ।

अथ छात्राणामुपकृते परवलयलेखनयुक्तिः प्रदर्श्यते ।

अत्र परवलयविकपरिभाषया कस्माच्चिदपि बिन्दोर्नियमितबिन्दुपर्यन्तं  
परसालदूरान्तरे स्थासद्देव तद्विन्दोरेव नियतरेखावधिलम्बरूपमन्तरे स्यादिति  
तत्र सावज्ञायते । समानतन्वन्धस्य सदैव रूपसमत्वात् ।



अथ कल्प्यते मा नियमितबिन्दुस्तथा पम नियमितरेखाऽन्तरेण च ।  
तथाऽथ कम, मय मिथो लम्बरूपा जाहवत्रिभुजाकारेण विक्रमा पट्टी धार्या  
यस्या भये प बिन्दो मूत्ररूपैकमयं निरूप्य यम समाने धूपं एतम् ।

अथ मूत्ररूप द्वितीयाधरे मा बिन्दो निरूप्य पट्ट्या म बिन्दुमन्तरेखायां  
च निरेवप यदि कस्य पट्टी समानभूमौ यथा समागततरुण्ये येदास्यने तदा  
पट्टी सतिरुपा एतो च बिन्दुः पापलदे निर्मातीति स्फुटमेव गजिनशानी  
बुशाप्रपिषो बिन्दुयामिति ।

वेऽभ्यासवन्ति सुत्रना- पुनरभ्यसन्ति  
सास्त्रे द्विरेदमपने सुविधेकगम्यम् ।  
नामप्रदं बलतमोऽपरवद्विधिस्ये  
तेषां सदैव सु